



METODE NUMERIK

E3024022

Dr. Ir. Subiyanto, MIEEE





Mengapa menggunakan Metode Numerik?

- ▶ Persoalan yang melibatkan model matematika banyak muncul dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan (bidang fisika, kimia, Teknik Sipil, Teknik Mesin, Elektro dsb)
- ▶ Sering model matematika tersebut rumit dan tidak dapat diselesaikan dengan **metode analitik**
- ▶ **Metode Analitik** adalah metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah lazim.

Persoalan matematika

Bagaimana cara menyelesaikannya ?

1. Tentukan akar2 persamaan polinom

$$23.4x^7 - 1.25x^6 + 120x^4 + 15x^3 - 120x^2 - x + 100 = 0$$

2. Selesaikan sistem persamaan linier

$$1.2a - 3b - 12c + 12d + 4.8e - 5.5f + 100g = 18$$

$$0.9a + 3b - c + 16d + 8e - 5f - 10g = 17$$

$$4.6a + 3b - 6c - 2d + 4e + 6.5f - 13g = 19$$

$$3.7a - 3b + 8c - 7d + 14e + 8.4f + 16g = 6$$

$$2.2a + 3b + 17c + 6d + 12e - 7.5f + 18g = 9$$

$$5.9a + 3b + 11c + 9d - 5e - 25f + 10g = 0$$

$$1.6a + 3b + 1.8c + 12d - 7e + 2.5f + g = -5$$

Persoalan matematika

- ▶ Soal 1, biasanya untuk polinom derajat 2 masih dapat dicari akar2 polinom dengan rumus abc
- ▶ Sedangkan untuk polinom dg derajat > 2 tidak terdapat rumus aljabar untuk menghitung akar polinom.
- ▶ Dengan cara pemfaktoran, semakin tinggi derajat polinom, jelas semakin sukar pemfaktorkannya.
- ▶ Soal 2, juga tidak ada rumus yang baku untuk menemukan solusi sistem pers linier. Apabila sistem pers linier hanya mempunyai 2 peubah, kita dapat menemukan solusinya dengan grafik, aturan Cramer



Metode Analitik vs Metode Numerik

- ▶ Kebanyakan persoalan matematika tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik.
- ▶ Metode analitik disebut juga metode exact yang menghasilkan solusi exact (solusi sejati).
- ▶ Metode analitik ini unggul untuk sejumlah persoalan yang terbatas.
- ▶ Padahal kenyataan persoalan matematis banyak yang rumit, sehingga tidak dapat diselesaikan dengan metode analitik.

Metode Analitik vs Metode Numerik

- ▶ Kalau metode analitik tidak dapat diterapkan, maka solusi dapat dicari dengan metode numerik.
- ▶ Metode Numerik adalah teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematika sehingga dapat dipecahkan dengan operasi perhitungan biasa (+, -, / , *)

Contoh

- ▶ Selesaikan integral di bawah ini

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx$$

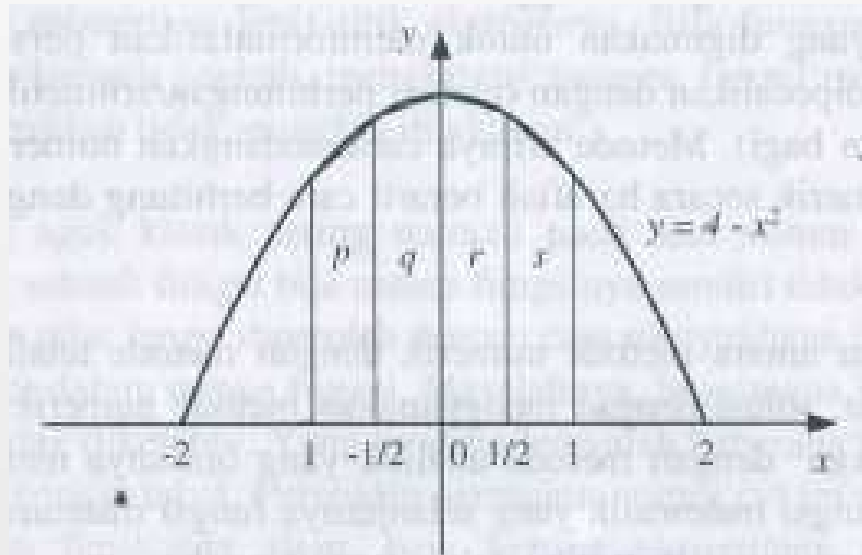
- ▶ Metode Analitik

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{x=-1}^{x=1} = \{4(1) - (1)/3\} - \{4(-1) - (-1)/3\} = 22/3$$



Contoh

► Metode Numerik



$$\begin{aligned} I &= p + q + r + s \\ &= \{[f(-1) + f(-1/2)] \times 0.5/2\} + \{[f(-1/2) + f(0)] \times 0.5/2\} + \\ &\quad \{[f(0) + f(1/2)] \times 0.5/2\} + \{[f(1/2) + f(1)] \times 0.5/2\} \\ &\approx 0.5/2 \{f(-1) + 2f(-1/2) + 2f(0) + 2f(1/2) + f(1)\} \\ &= 0.5/2 \{3 + 7.5 + 8 + 7.5 + 3\} \\ &= 7.25 \end{aligned}$$

► Error = $|7.25 - 7.33| = 0.0833$

Perbedaan Metode Numerik dan Metode Analitik

- ▶ **Metode Numerik**

- ▶ Solusi selalu berbentuk angka
- ▶ Solusi yang dihasilkan solusi pendekatan sehingga terdapat error

- ▶ **Metode Analitik**

- ▶ Solusi dapat berupa fungsi matematik
- ▶ Solusi yang dihasilkan solusi exact

Kesalahan Numerik

- ▶ Kesalahan numerik adalah kesalahan yang timbul karena adanya proses pendekatan.
- ▶ Hubungan kesalahan dan penyelesaian adalah :

$$\hat{x} = x + e$$

- ▶ x' = nilai yang sebenarnya (nilai eksak)
- ▶ x = nilai pendekatan yang dihasilkan dari metode numerik
- ▶ e adalah kesalahan numerik.
- ▶ Kesalahan fraksional adalah prosentase antara kesalahan dan nilai sebenarnya.

$$\epsilon = \left(\frac{e}{\hat{x}} \right) \times 100\%$$

Kesalahan Numerik

- ▶ Pada banyak permasalahan kesalahan fraksional di atas sulit atau tidak bisa dihitung, karena nilai eksaknya tidak diketahui.
- ▶ Sehingga kesalahan fraksional dihitung berdasarkan nilai pendekatan yang diperoleh:

$$\epsilon = \left(\frac{e}{x} \right) \times 100\%$$

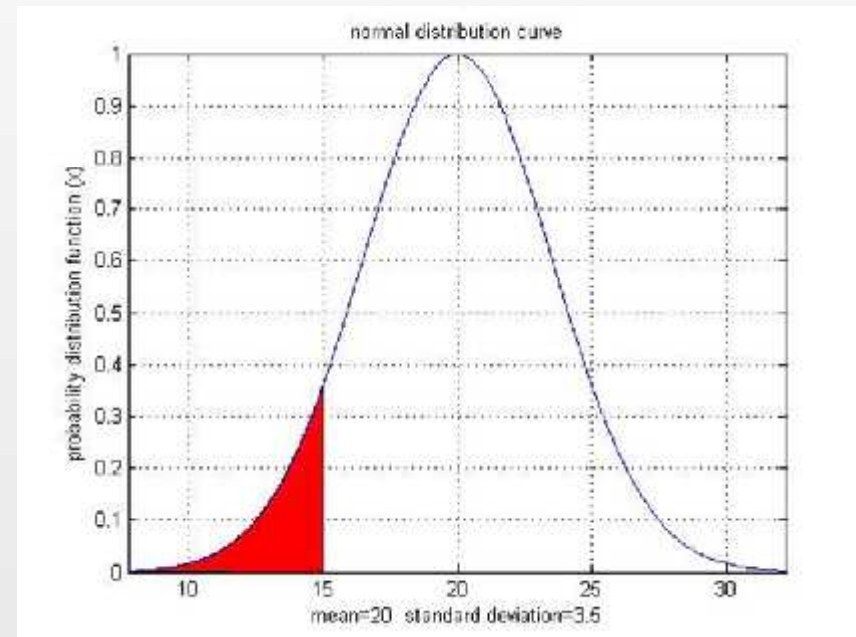
- ▶ dimana e pada waktu ke n adalah selisih nilai pendekatan ke n dan ke $n-1$
- ▶ Perhitungan kesalahan semacam ini dilakukan untuk mencapai keadaan konvergensi pada suatu proses iterasi.



Mengapa menggunakan Metode Numerik?

- Untuk menyelesaikan masalah yang belum ada penyelesaian secara tepat (exactly)

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$$





Mengapa menggunakan Metode Numerik?

- Untuk menyelesaikan masalah yang sangat berat





Metode Numerik

**Langkah-langkah Pemecahan masalah dalam
engineering**



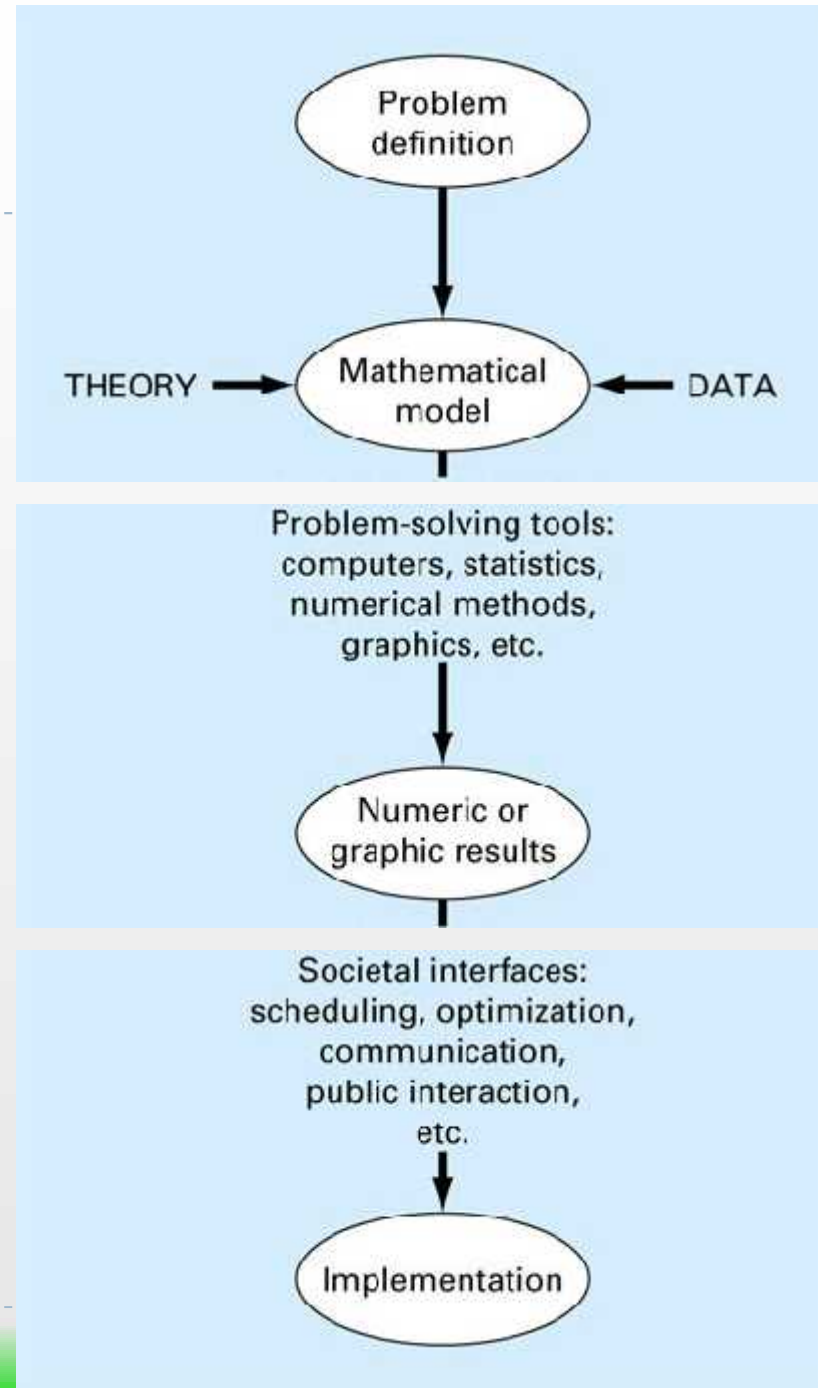


Bagaimana kita menyelesaikan suatu masalah engineering ?





Bagaimana
kita
menyelesaikan
suatu masalah
engineering ?





Metode Numerik

Prosedur Matematika

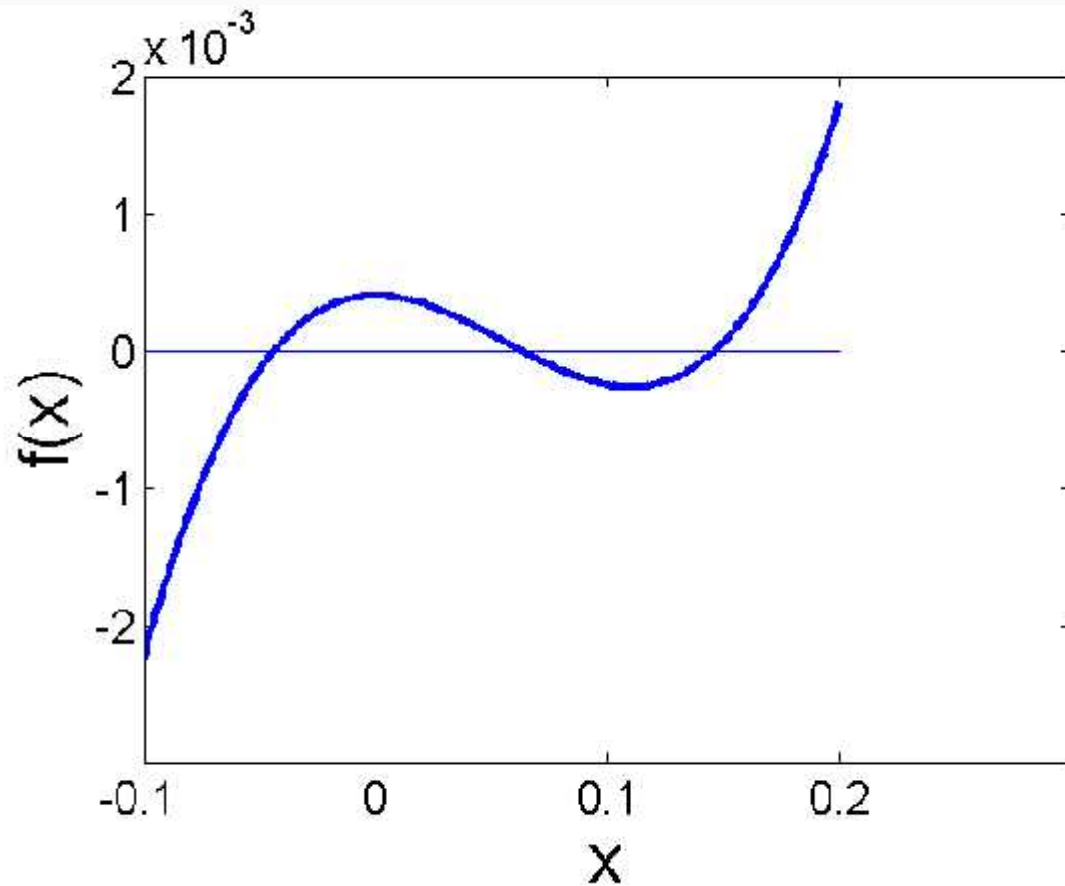


Prosedur Matematika

- ▶ Persamaan-persamaan tak-linier
- ▶ Differensiasi
- ▶ Persamaan-persamaan linier simultan
- ▶ Curve Fitting
 - ▶ Interpolasi
 - ▶ Regresi
- ▶ Integrasi
- ▶ Persamaan diferensial biasa
- ▶ Prosedur Matematika Lebih Jauh:
 - ▶ Persamaan diferensial parsial
 - ▶ Optimisasi
 - ▶ Fast Fourier Transforms



Persamaan Nonlinear



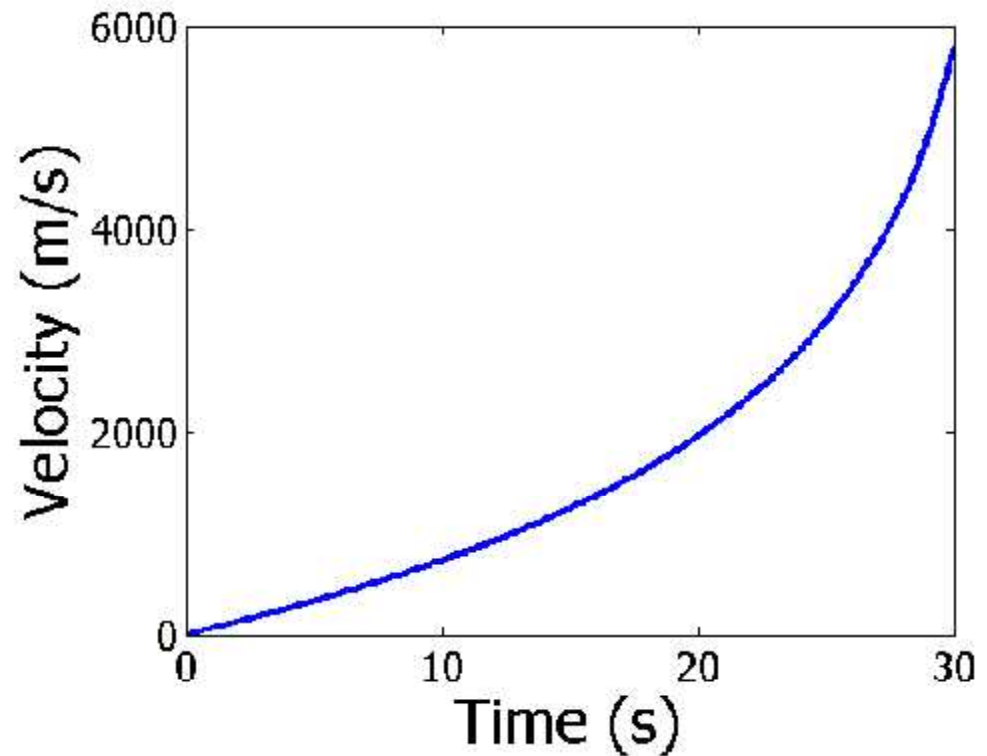
$$f(x) = x^3 - 0.165x^2 + 3.993 \times 10^{-4}$$



Diferensiasi



Berapa percepatan pada saat $t=7$ detik?

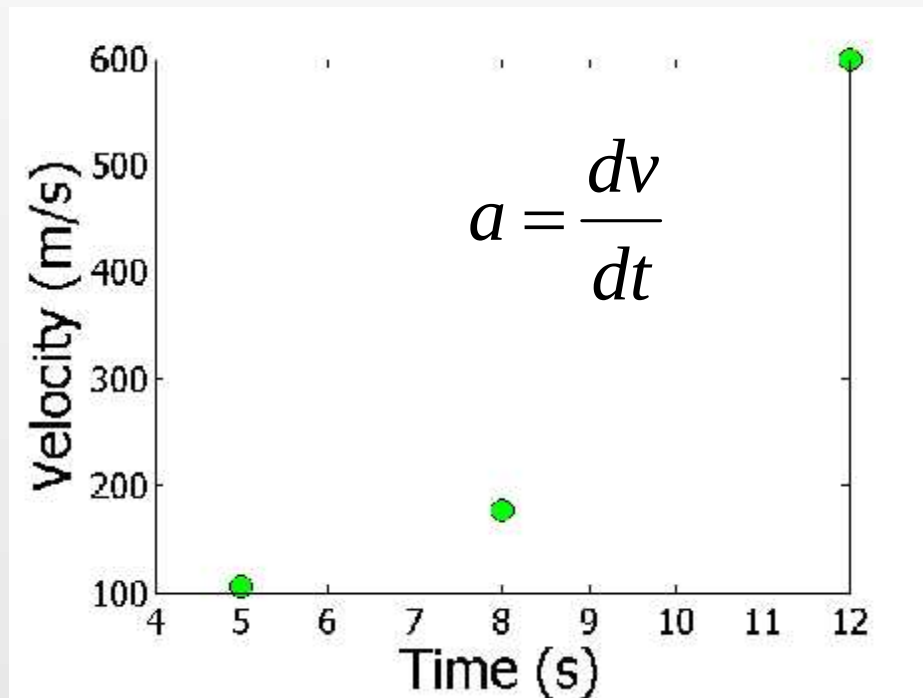


$$v(t) = 2200 \ln\left(\frac{16 \times 10^4}{16 \times 10^4 - 5000t}\right) - 9.8t \qquad a = \frac{dv}{dt}$$

Differentiation

What is the acceleration at $t=7$ seconds?

<i>Time (s)</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>12</i>
<i>Vel (m/s)</i>	<i>106</i>	<i>177</i>	<i>600</i>



Persamaan linier simultan

Dapatkan profil kecepatan, bila diberikan

<i>Time (s)</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>12</i>
<i>Vel (m/s)</i>	<i>106</i>	<i>177</i>	<i>600</i>

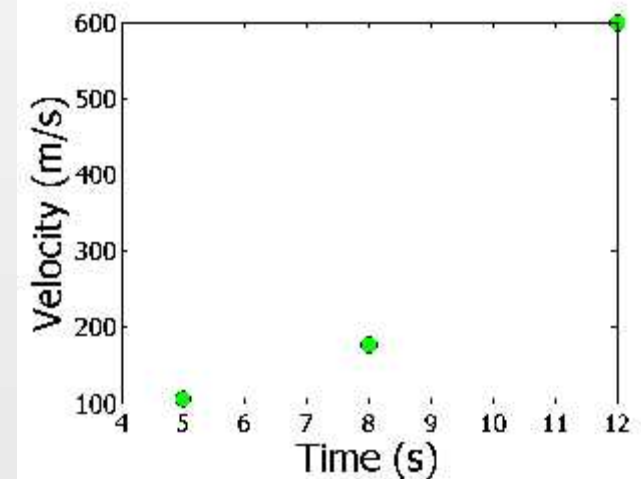
$$v(t) = at^2 + bt + c, 5 \leq t \leq 12$$

Tiga Persamaan linier simultan

$$25a + 5b + c = 106$$

$$64a + 8b + c = 177$$

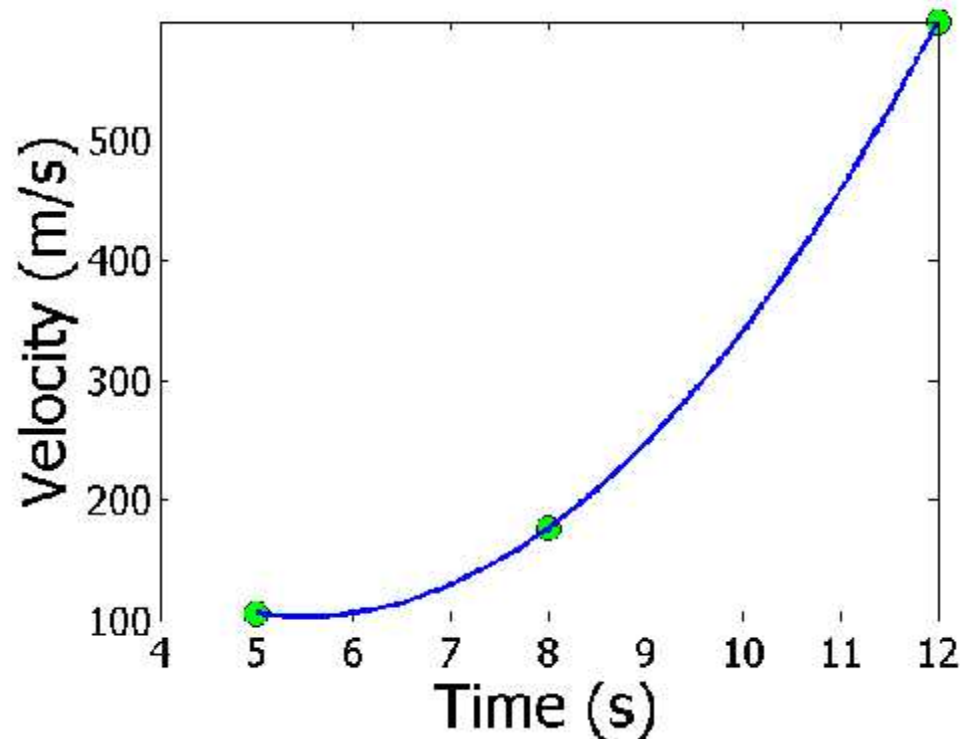
$$144a + 12b + c = 600$$



Interpolasi

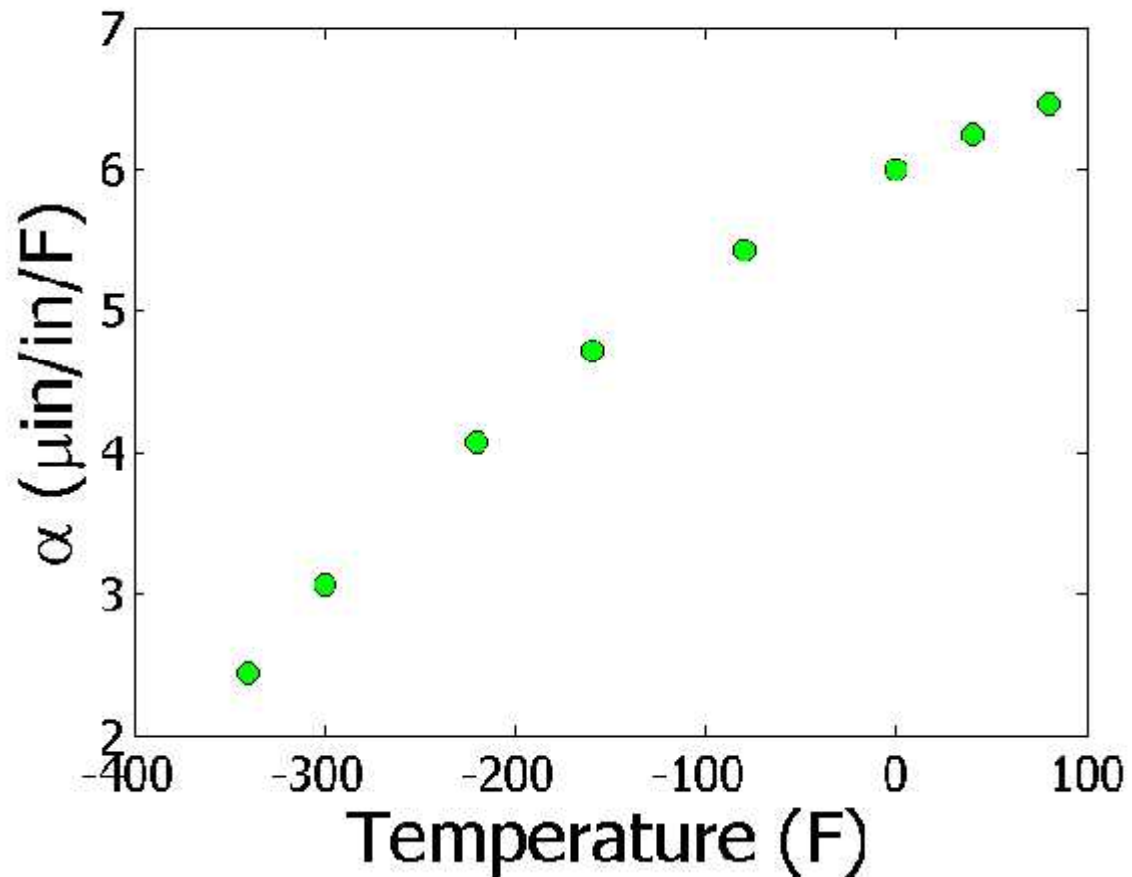
Berapa kecepatan roket pada saat $t=7$ detik?

<i>Time (s)</i>	<i>5</i>	<i>8</i>	<i>12</i>
<i>Vel (m/s)</i>	<i>106</i>	<i>177</i>	<i>600</i>



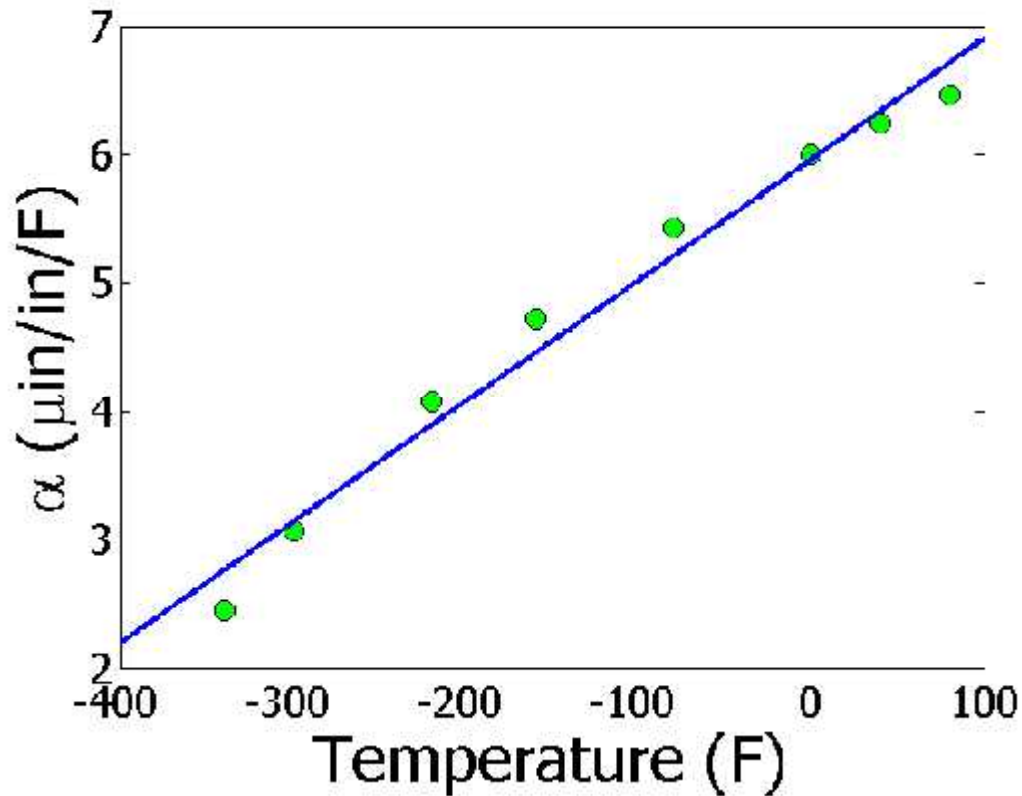


Regresi





Regresi (cont)

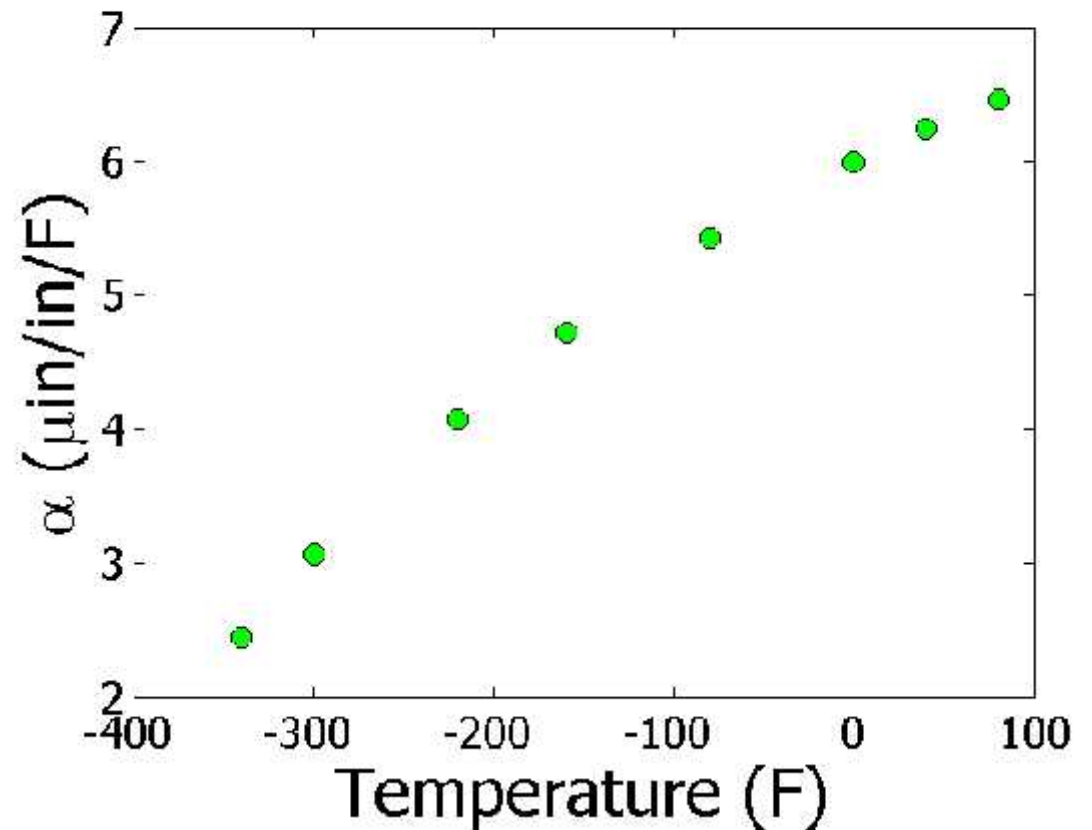




Integrasi



$$\Delta D = D \int_{T_{room}}^{T_{fluid}} \alpha \, dT$$





Komputer dalam metode numerik

**Komputer adalah peralatan hebat,
Namun, tanpa pemahaman mendasar masalah
teknik, ia tidak akan berguna.**

Peranan Komputer dalam Metode Numerik

- ▶ Perhitungan dalam metode numerik berupa operasi aritmatika dan dilakukan berulang kali, sehingga komputer untuk mempercepat proses perhitungan tanpa membuat kesalahan
- ▶ Dengan komputer kita dapat mencoba berbagai kemungkinan solusi yang terjadi akibat perubahan beberapa parameter. Solusi yang diperoleh juga dapat ditingkatkan ketelitiannya dengan mengubah nilai parameter.

Peran Metode Numerik

- ▶ Metode Numerik merupakan alat bantu pemecahan masalah matematika yang sangat ampuh. Metode numerik mampu menangani sistem persamaan linier yang besar dan persamaan-persamaan yang rumit.
- ▶ Merupakan penyederhanaan matematika yang lebih tinggi menjadi operasi matematika yang mendasar.

Kuliah II
