Pertemuan 5
DTFT

Disusun oleh : Vera Noviana Sulistyawan, S.T., M.T.

Topik

- DTFT (Discrete Time Fourier Transform)
- Properti DTFT
- Representasi Domain Frekuensi dari Sistem LTI
- Sampling dan Rekontruksi dari Sinyal Analog

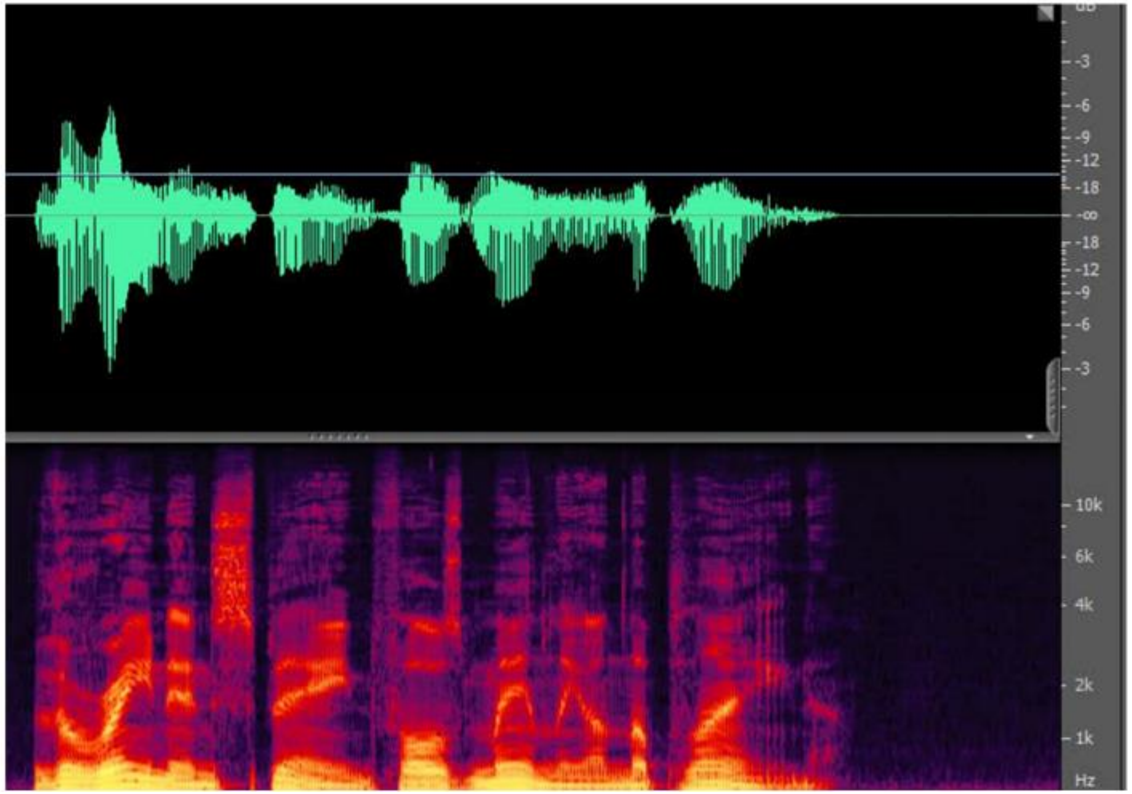
Frequency Domain Analysis of Signals

- Dalam teknik dan statistik, **domain frekuensi** adalah istilah yang digunakan untuk menggambarkan analisis fungsi matematika atau sinyal sehubungan dengan **frekuensi**, daripada **waktu**.
- Tujuan yang paling umum untuk analisis sinyal dalam domain frekuensi adalah analisis sifat sinyal. Insinyur/engineer dapat mempelajari spektrum untuk menentukan frekuensi mana yang ada dalam sinyal input dan mana yang hilang.
    - Lebih baik mengidentifikasi karakteristik sinyal
    - Tambahkan atau kurangi frekuensi ke sinyal asli
- **Transformasi Fourier** → Mengkonversi sinyal dari domain waktu atau ruang ke domain frekuensi.
- Pada Pengolahan Sinyal Digital, jenis Transformasi Fourier yang sering dipakai adalah **DFT (Discrete Fourier Transform)** dan **FFT (Fast Fourier Transform).**

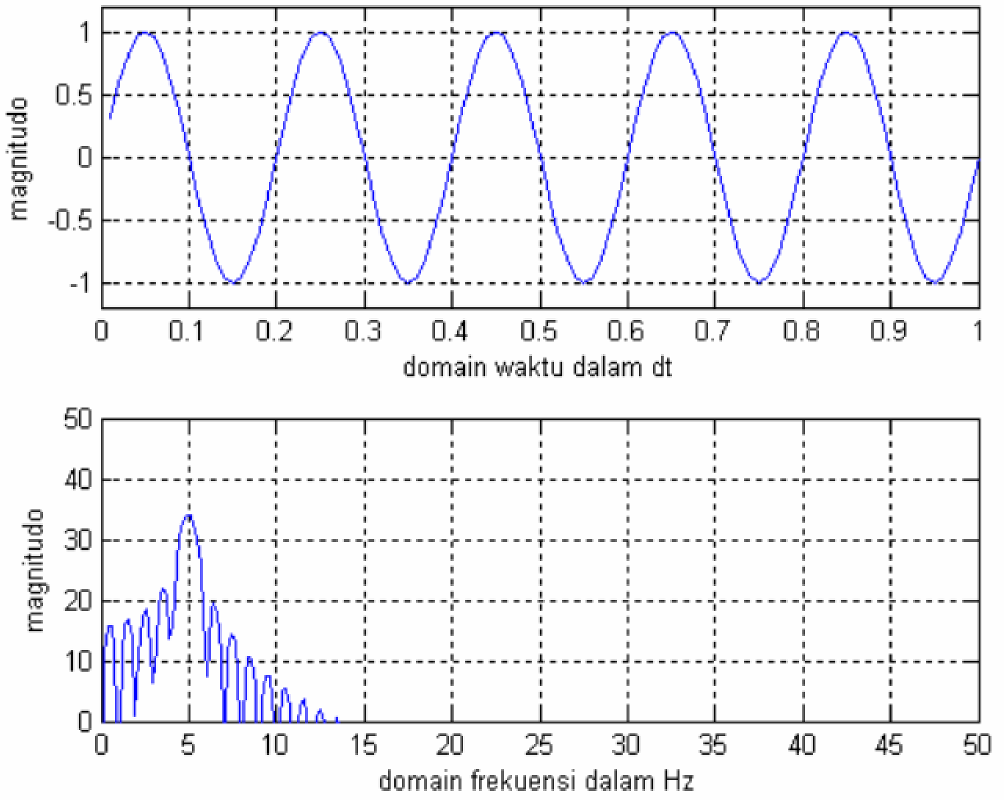
Bentuk Gelombang Suara Dalam Domain Waktu Dan Frekuensi

- **Domain waktu**

- **Domain frekuensi**



Sinyal Sinus Dalam Domain Waktu dan Domain Frekuensi



Representasi Sistem

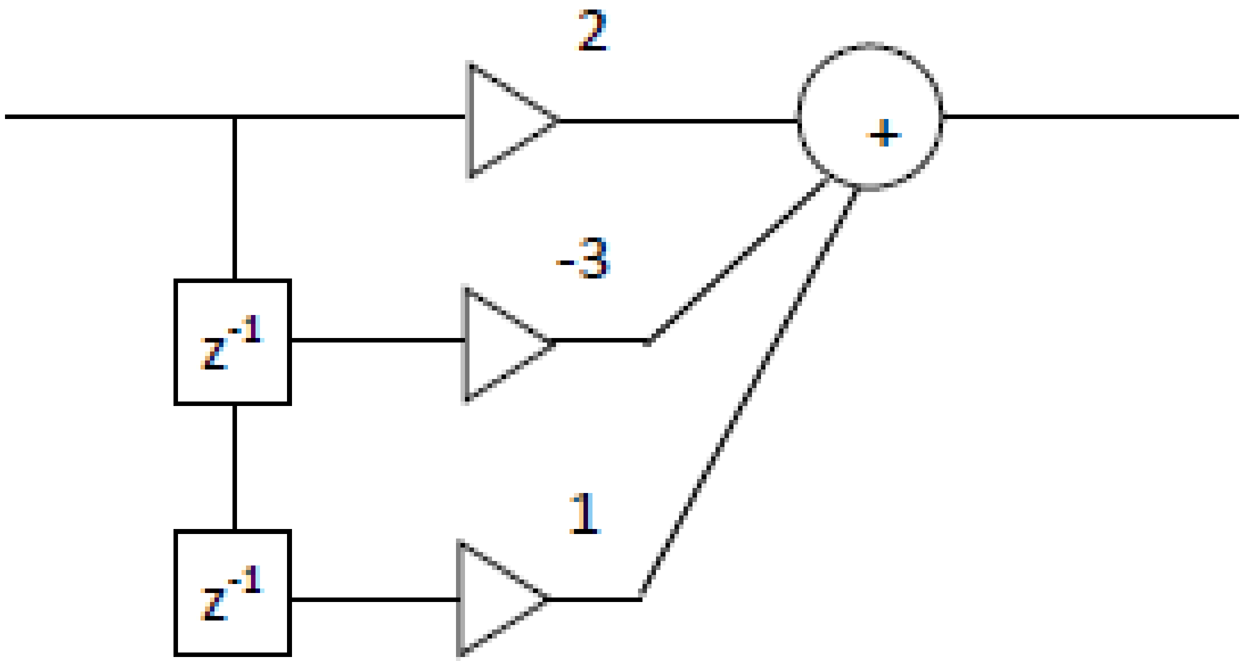
- Sistem dapat direpresentasikan dalam 4 bentuk, yaitu :
    1. **Respons Impuls**
    2. **Struktur Realisasi**
    3. **Persamaan Selisih**
    4. **Fungsi Transfer H(z)**

Representasi Sistem

- Sistem dapat direpresentasikan dalam 4 bentuk, yaitu :
    1. Respons Impuls

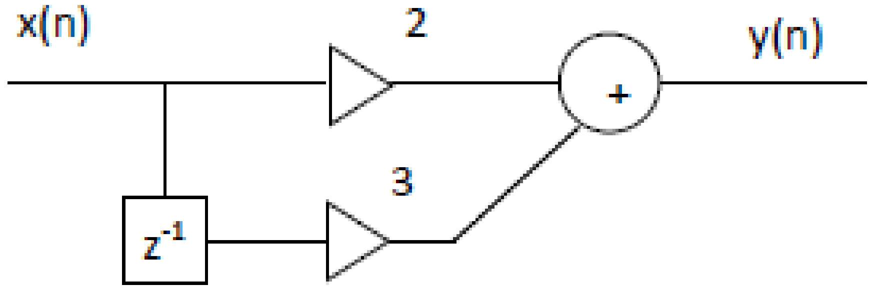
       Contoh : $h(n) = 2\delta(n) - 3\delta(n-1) + \delta(n-2)$
    2. Struktur Realisasi

       Contoh :



Representasi Sistem

- Sistem dapat direpresentasikan dalam 4 bentuk, yaitu :
  3. Persamaan Selisih
     Contoh :



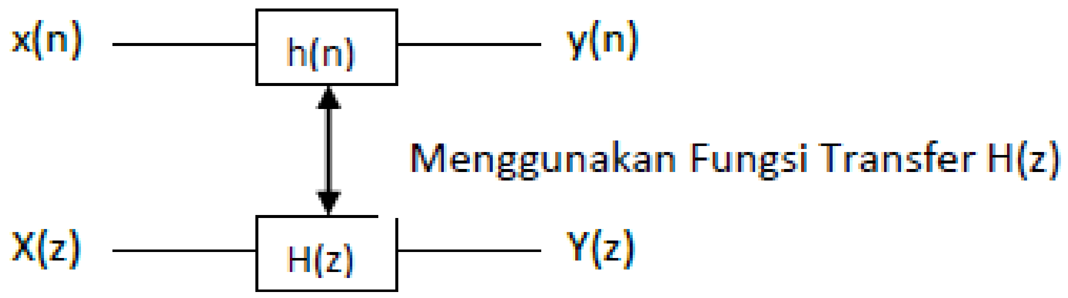
Persamaan selisih :

$$y(n) = 2x(n) + 3x(n-1)$$
$$h(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-1)$$

Representasi Sistem

- Sistem dapat direpresentasikan dalam 4 bentuk, yaitu :

  4. Fungsi Transfer H(z)



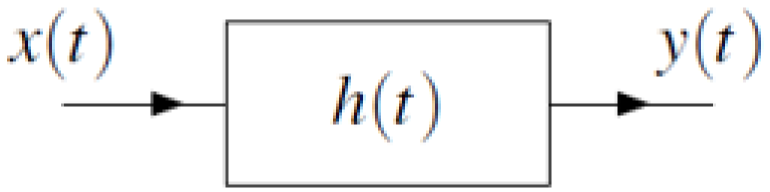
Pengertian H(z) sebagai fungsi transfer, yaitu :

- H(z) adalah transformasi z dari respon impuls h(n)
- H(z) adalah pembagian **transformasi z output Y(z)** dengan **transformasi z input X(z)**

Sistem LTI ?

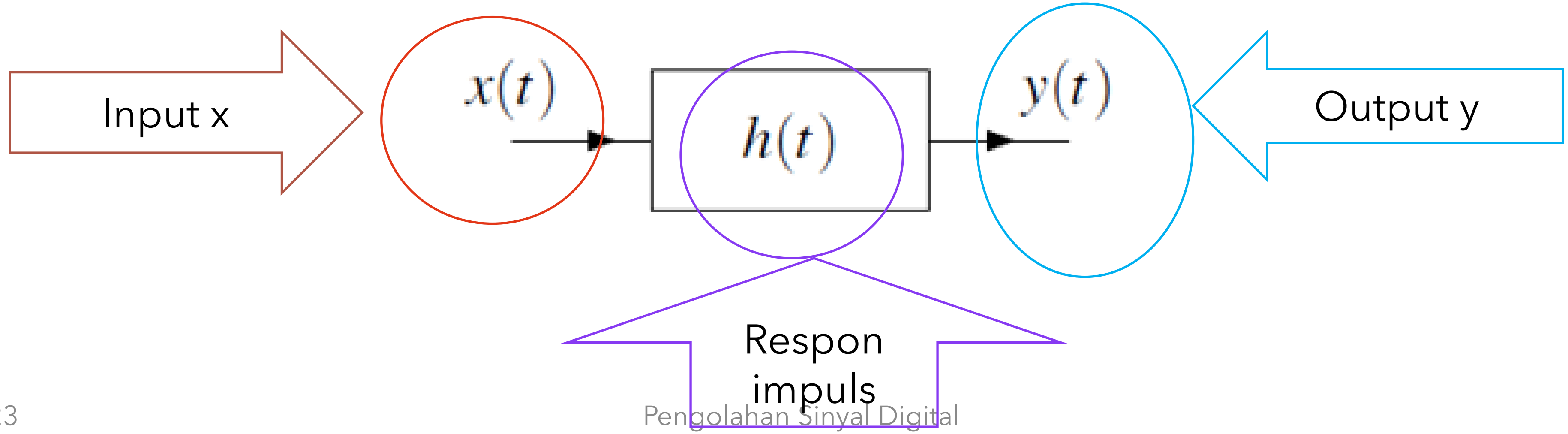
LTI Systems

- Dua sifat sistem yang sangat penting adalah sifat linearitas dan sifat waktu invarian.
- Sistem yang mempunyai kedua sifat penting ini disebut dengan sistem linear waktu invarian (Linear Time Invariance atau LTI).
- Berbagai pemrosesan fisik dapat dinyatakan sebagai sistem LTI.
- Seringnya, lebih mudah untuk mewakili sistem Continuous-Time (LTI) dalam bentuk diagram blok.
    - karena sistem seperti itu sepenuhnya dicirikan oleh respons impulsnya, kita sering memberi label sistem dengan respons impulsnya



LTI Systems

- Dua sifat sistem yang sangat penting adalah sifat linearitas dan sifat waktu invarian.
- Sistem yang mempunyai kedua sifat penting ini disebut dengan sistem linear waktu invarian (Linear Time Invariance atau LTI).
- Berbagai pemrosesan fisik dapat dinyatakan sebagai sistem LTI.
- Seringnya, lebih mudah untuk mewakili sistem Continuous-Time (LTI) dalam bentuk diagram blok.
  - karena sistem seperti itu sepenuhnya dicirikan oleh respons impulsnya, kita sering memberi label sistem dengan respons impulsnya



Why Linear Time-Invariant (LTI) Systems ?

- In engineering, linear-time invariant (LTI) systems play a very important role.
- Very powerful mathematical tools have been developed for analyzing LTI systems.
- LTI systems are much easier to analyze than systems that are not LTI.
- In practice, systems that are not LTI can be well approximated using LTI models.
- So, even when dealing with systems that are not LTI, LTI systems still play an important role.

Metoda Analisis Sistem Linear

Metoda langsung

- Konvolusi
- Persamaan beda (Difference Equation)

Metoda tidak langsung

- Transformasi Z

Impulse Response

- The response h of a system $\mathcal{H}$ to the input δ is called the **impulse response** of the system (i.e., $h = \mathcal{H}\{\delta\}$).
- For any LTI system with input x, output y, and impulse response h, the following relationship holds:

$$y = x * h.$$

- In other words, a LTI system simply ***computes a convolution***.
- Furthermore, a LTI system is ***completely characterized*** by its impulse response.
- That is, if the impulse response of a LTI system is known, we can determine the response of the system to any input.
- Since the impulse response of a LTI system is an extremely useful quantity, we often want to determine this quantity in a practical setting.
- Unfortunately, in practice, the impulse response of a system cannot be determined directly from the definition of the impulse response.

Respon Impuls merupakan respon sistem h(n) ketika input x(n) diberi sinyal impuls.

Respon Impuls h(n) akan sama dengan output y(n) jika x(n) diberi input sinyal impuls δ(n)

$$\boxed{h(n) = y(n)\Big|_{x(n)=\delta(n)}}$$

Contoh:

Tentukan respon impuls $h(n)$ jika diketahui persamaan beda sistem dibawah ini :

a. $y(n) = x(n) + x(n-1)$

b. $y(n) = 2x(n-1) - x(n-3)$

Jawab :

a. $h(n) = y(n)|_{x(n)=\delta(n)} = \delta(n) + \delta(n-1)$

b. $h(n) = y(n)|_{x(n)=\delta(n)} = 2\delta(n-1) - \delta(n-3)$

Persamaan Beda

Persamaan Beda merupakan Model Matematis yang menggambarkan hubungan input-output sebuah sistem diskrit.

Dengan **x(n)** merupakan **input sistem** dan **y(n)** adalah **output sistem**, bentuk umum persamaan beda untuk sistem diskrit dengan **orde-N** dapar dituliskan sebagai berikut :

$$a_0 y(n) + a_1 y(n-1) + \ldots + aNy(n-N) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \ldots + bMx(n-M)$$

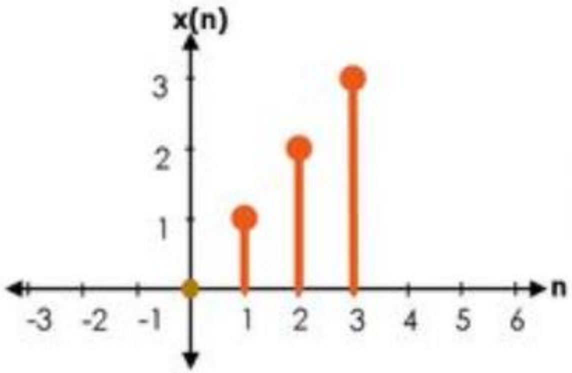
dimana $a_0 \neq 0$

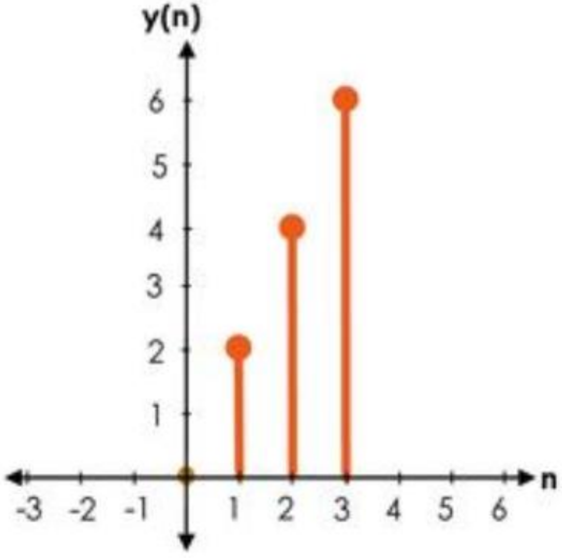
a) y(n) = 2 x(n)

Artinya output y(n) didapatkan dengan mengalikan input x(n) dengan konstanta bernilai 2

Atau

Output y(n) merupakan input x(n) yang diperbesar 2x





b) $y(n) = x(n-1)$

Artinya output $y(n)$ merupakan sinyal $x(n)$ yang terdelay sejauh 1 satuan

c) $y(n) = x(n) + x(n-1)$

Artinya output $y(n)$ merupakan penjumlahan input $x(n)$ dengan input $x(n)$ yang terdelay sejauh 1 sampel

d) $y(n) - y(n-1) = x(n)$

$y(n) = y(n-1) + x(n)$

Artinya output $y(n)$ merupakan penjumlahan sinyal $x(n)$ dan sinyal output $y(n)$ pada waktu sebelumnya

Diketahui persamaan beda sistem diskrit sbb :

$$y(n) = x(n) - x(n-1) + 2x(n-2)$$

a) Tentukan respon impuls h(n)

b) Dengan sistem yang sama, jika sistem diberikan input x(n)=δ(n-1). Tentukan output y(n)

Jawab :

a) $\mathrm{h(n)} = \mathrm{y(n)}|_{\mathrm{x(n)=\delta(n)}} = \delta(n) - \delta(n-1) + 2\delta(n-2)$

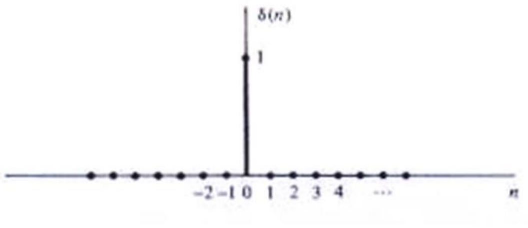
b) $x(n) = \delta(\mathrm{n}-1) = [\underline{0}, 1]$

$$\mathrm{h(n)} = \delta(n) - \delta(n-1) + 2\delta(n-2) = [\underline{1}, -1, 2]$$

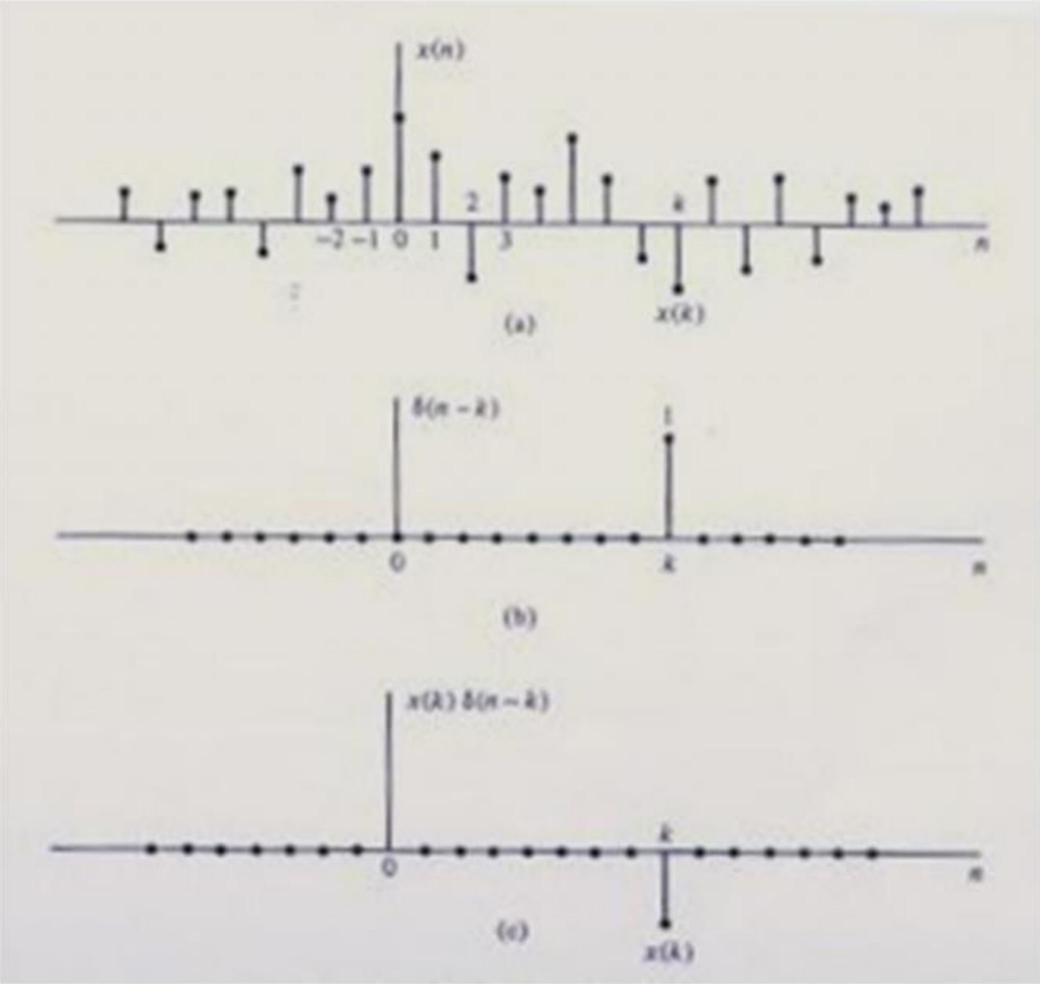
$$y(n) = x(n) * h(n)$$ Konvolusi

$$y(n) = [\underline{0}, 1, -1, 2]$$

Unit impulse signal



$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$



$$x_k(n) = \delta(n - k)$$

$$x(n)\delta(n - k) = x(k)\delta(n - k)$$

$$\boxed{x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)\delta(n - k)}$$

Sinyal dalam Unit Impuls

Diketahui sinyal dengan durasi terbatas $x(n) = \{2, \underset{\uparrow}{4}, 0, 3\}$

Nyatakan sinyal ini dalam unit impuls

<u>**Jawab :**</u>

$$x(n) = \sum_{k=-1}^{2} x(k)\delta(n-k)$$

$$x(n) = x(-1)\delta(n+1) + x(0)\delta(n) + x(1)\delta(n-1) + x(2)\delta(n-2)$$

$$x(n) = 2\delta(n+1) + 4\delta(n) + 3\delta(n-2)$$

Respon impuls suatu sistem LTI adalah :

$$h(n) = \{1, \underset{\uparrow}{2}, 1, -1\}$$

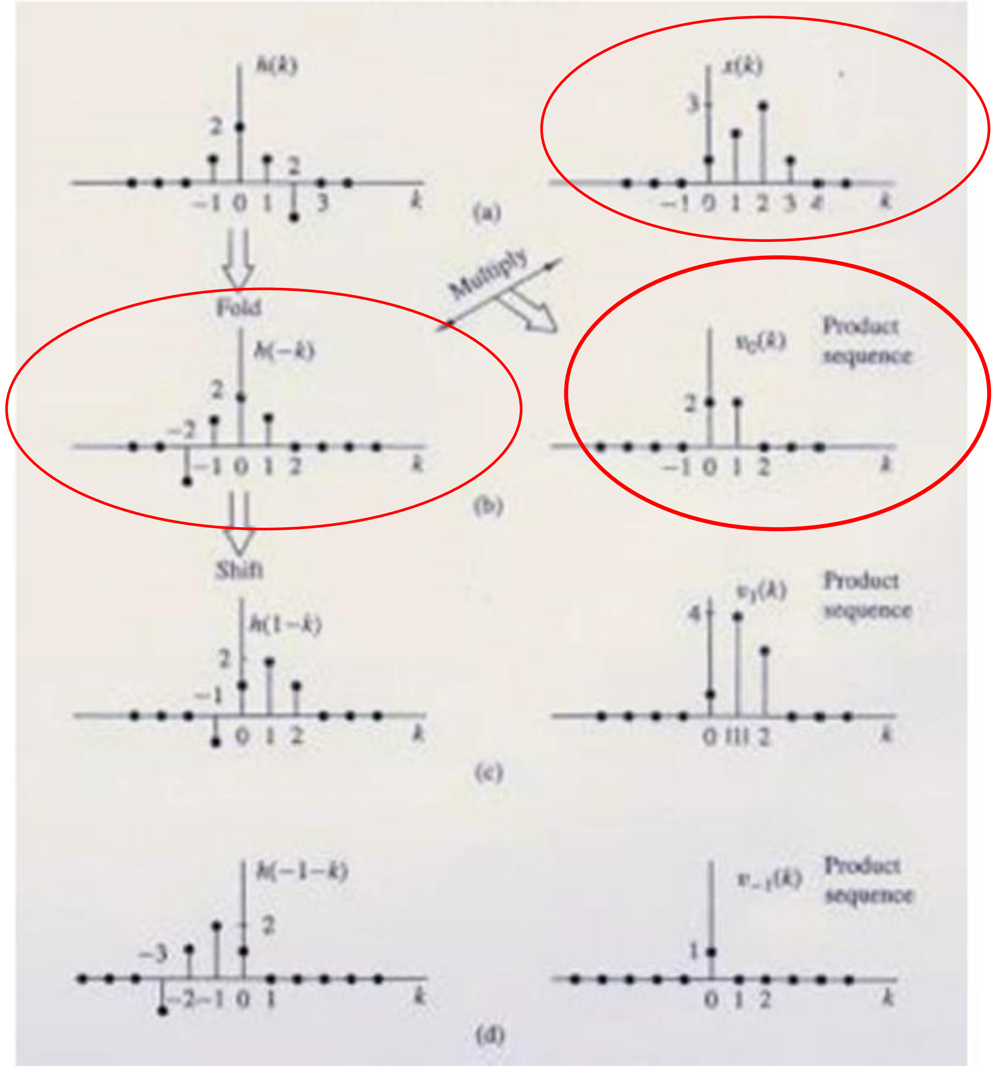
Tentukan respon dari sistem bila inputnya :

$$x(n) = \{\underset{\uparrow}{1}, 2, 3, 1\}$$

Jawab :

$$v_n(k) = x(k)h(n-k)$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_n(k)$$



$$h(n) = \{1, \underset{\uparrow}{2}, 1, -1\}$$

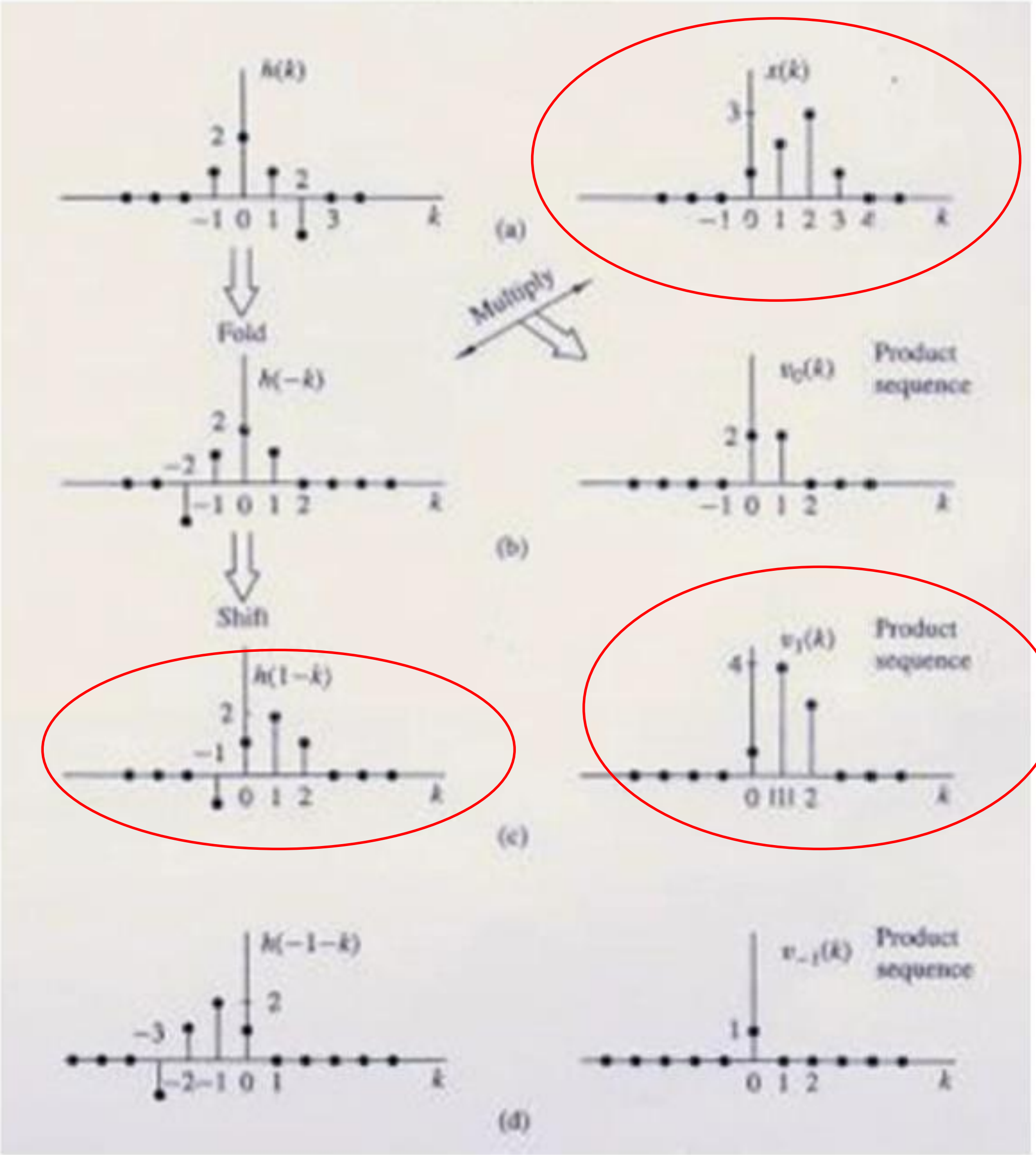
$$x(n) = \{\underset{\uparrow}{1}, 2, 3, 1\}$$

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

$$y(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(-k)$$

$$v_0(k) = x(k)h(-k)$$

$$y(0) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_0(k) = 4$$

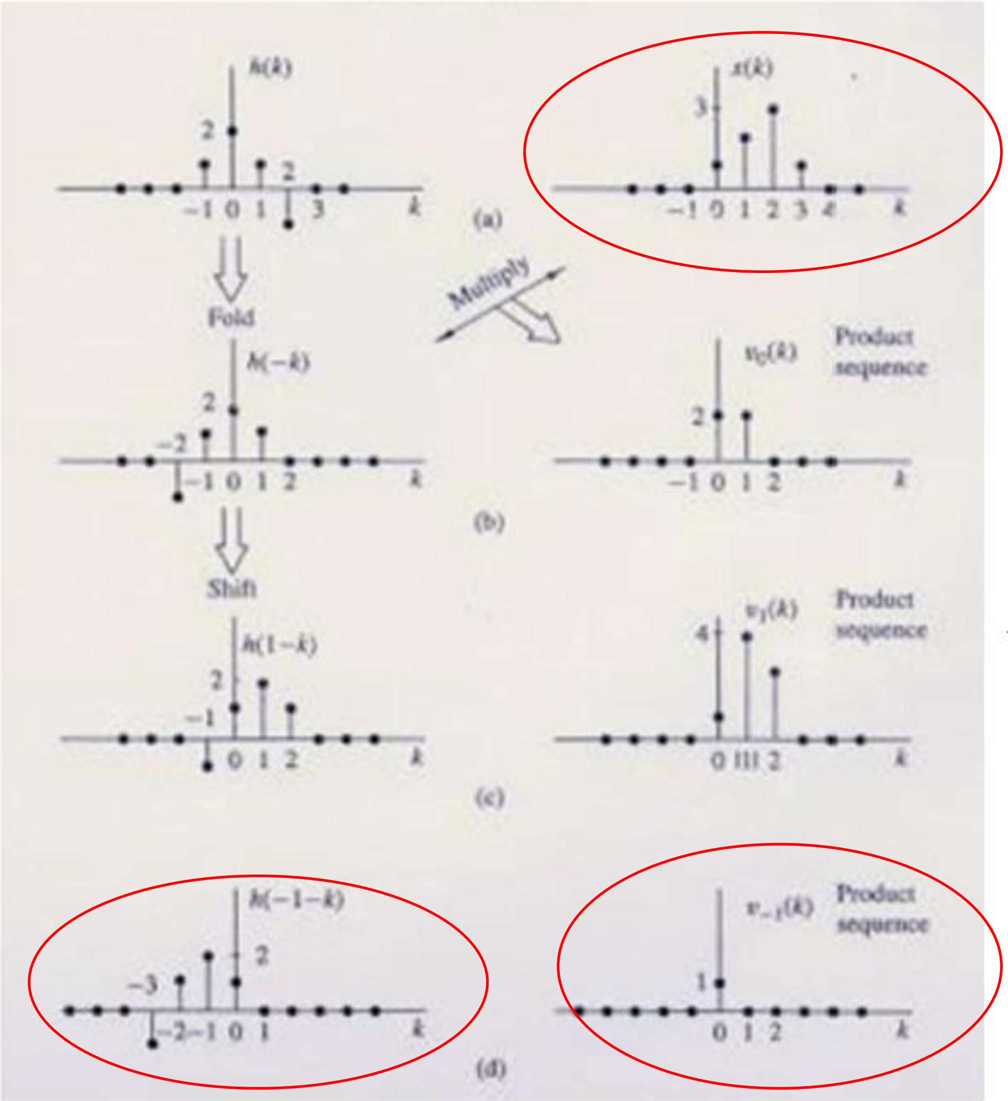


$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

$$y(1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(1-k)$$

$$v_1(k) = x(k)h(1-k)$$

$$y(1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_1(k) = 8$$



$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k)$$

$$y(-1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(-1-k)$$

$$v_{-1}(k) = x(k)h(-1-k)$$

$$y(-1) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_{-1}(k) = 1$$

$$y(n) = \{\ldots, 1, 4, 8, 8, 3, -2, -1, 0, \ldots\}$$

Tentukan output y(n) dari sistem LTI dengan respon impuls :

$$\{3\ 2\ 1\}$$

bila inputnya :

$$\{1\ 2\ 2\ 1\ 1\}$$

Jawab :

$$y(n) = \{3\ 8\ 11\ 9\ 7\ 3\ 1\}$$

Tentukan output y(n) dari sistem LTI dengan respon impuls :

$$\{1\ 1\ 0\ 1\}$$

bila inputnya :

$$\{1\ 2\ 2\ 3\}$$

Jawab :

$$y(n) = \{1\ 3\ 4\ 6\ 5\ 2\ 3\}$$

Representasi Domain Frekuensi dari Sistem LTI

- Representasi Transformasi Fourier adalah representasi sinyal yang paling berguna untuk sistem LTI. Hal ini disebabkan oleh hasil berikut :
    1. Response to a complex exponential $e^{j\omega_0 n}$
    2. Response to a sinusoidal sequences
    3. Response to arbitrary sequences
    4. Frequency response function from difference equation

Tugas Kelompok

Bagi kelas menjadi empat kelompok. Satu kelompok mendapat satu topik. Presentasikan topik kedepan. (Jika waktu tidak memungkinkan, buat video penjelasan → upload di ruang diskusi elena)

1. Response to a complex exponential $e^{j\omega_0 n}$
2. Response to a sinusoidal sequences
3. Response to arbitrary sequences
4. Frequency response function from difference equation

Note : Buka buku Digital Signal Processing Using MATLAB V.4 hal 53

https://drive.google.com/file/d/1N5Xe8o7Pf93ugPRfeFpXw2HGxzVKxyTm/view?usp=sharing

1

TUGAS :
Tentukan output y(n) dari sistem LTI dengan :

- Respon impuls { tanggal bulan tahun lahir diri sendiri }
- Input : { NIM diri sendiri }

- Setelah mengerjakan, cek hasil dengan matlab.
  Kumpulkan hasil pengerjaan dan hasil pengecekan dengan matlab dalam 1 file pdf.

Tugas

2

Buka buku Digital Signal Processing Using MATLAB V.4 hal 60 → buatlah resume mengenai “Sampling dan Rekontruksi dari Sinyal Analog”

Tulis tangan. Kumpulkan di Elena.

Buku : https://drive.google.com/file/d/1N5Xe8o7Pf93ugPRfeFpXw2HGxzVKxyTm/view?usp=sharing